

# Estimation Structurée de la Covariance du Bruit en Détection Adaptative.

Guilhem PAILLOUX

**Encadrant ONERA**: Jean-Philippe Ovarlez (ONERA - DEMR/TSI)

**Encadrant SONDRA :** Frederic Pascal (SONDRA / SUPELEC)

**Directeur de thèse :** Philippe Forster (SATIE - ENS de CACHAN)

Soutenance de thèse de l'université Paris Ouest Nanterre-La Défense.

Spécialité Traitement du Signal

Introduction
Etat de l'art de la détection radar
La structure persymétrique
STAP et Rang Réduit
Application à la détection radar
Conclusion et perspectives

## Déroulement de la présentation

- Introduction
- Etat de l'art de la détection radar
- La structure persymétrique
- STAP et Rang Réduit
- Application à la détection radar
- Conclusion et perspectives

Introduction
Etat de l'art de la détection radar
La structure persymétrique
STAP et Rang Réduit
Application à la détection radar
Conclusion et perspectives

# Introduction

## Introduction: la détection radar

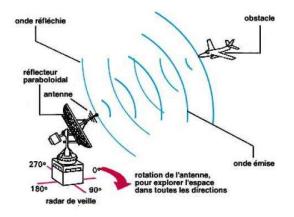


Fig.: Principe de fonctionnement d'un radar

• La réalité du terrain implique des modélisations non-Gaussiennes du fouillis.

- La réalité du terrain implique des modélisations non-Gaussiennes du fouillis.
- Statistiques non-gaussiennes du fouillis difficiles à connaître.

- La réalité du terrain implique des modélisations non-Gaussiennes du fouillis.
- Statistiques non-gaussiennes du fouillis difficiles à connaître.
- Taux de fausses alarmes qui doit être régulé.

- La réalité du terrain implique des modélisations non-Gaussiennes du fouillis.
- Statistiques non-gaussiennes du fouillis difficiles à connaître.
- Taux de fausses alarmes qui doit être régulé.

## ... et éléments de solution...

• Utilisation de modèles de fouillis gaussiens composés.

- La réalité du terrain implique des modélisations non-Gaussiennes du fouillis.
- Statistiques non-gaussiennes du fouillis difficiles à connaître.
- Taux de fausses alarmes qui doit être régulé.

- Utilisation de modèles de fouillis gaussiens composés.
- Utilisation d'informations a priori sur la structure du fouillis.

- La réalité du terrain implique des modélisations non-Gaussiennes du fouillis.
- Statistiques non-gaussiennes du fouillis difficiles à connaître.
- Taux de fausses alarmes qui doit être régulé.

- Utilisation de modèles de fouillis gaussiens composés.
- Utilisation d'informations a priori sur la structure du fouillis.
- Développement de nouveaux détecteurs basés sur ces développements...

Radar classique

## Etat de l'art de la détection radar

# Principes généraux des tests de détection

Pour une case d'analyse fixée (le radar découpe en effet sa zone d'analyse en cellules) :

- Vecteur d'observation y de dimension m,
- $\mathbf{s} = A\mathbf{p}$  signal complexe connu caractérisant une cible,
- Bruit de fouillis c additif.

Formalisation : test d'hypothèses binaires

$$\left\{ \begin{array}{ll} H_0: \mathbf{y} = \mathbf{c} & \mathbf{y}_k = \mathbf{c}_k & k = 1, \dots, K \\ H_1: \mathbf{y} = \mathbf{s} + \mathbf{c} & \mathbf{y}_k = \mathbf{c}_k & k = 1, \dots, K \end{array} \right.$$

où les  $\mathbf{y}_k$  sont les données secondaires utilisées pour l'estimation des paramètres inconnus.

Tests de détection Les différents détecteurs gaussiens Les détecteurs en milieu non-gaussien

# Test de Neyman-Pearson

• Détection : Critère de Neyman-Pearson

# Test de Neyman-Pearson

- Détection : Critère de Neyman-Pearson
  - Probabilité de fausse alarme  $P_{fa}$ : Fixer la probabilité de choisir  $H_1$  quand la cible est absente.

# Test de Neyman-Pearson

- Détection : Critère de Neyman-Pearson
  - Probabilité de fausse alarme P<sub>fa</sub>: Fixer la probabilité de choisir H<sub>1</sub> quand la cible est absente.
  - Probabilité de détection P<sub>d</sub>: Maximiser la probabilité de choisir H<sub>1</sub> quand la cible est présente.

# Test de Neyman-Pearson

- Détection : Critère de Neyman-Pearson
  - Probabilité de fausse alarme P<sub>fa</sub>: Fixer la probabilité de choisir H<sub>1</sub> quand la cible est absente.
  - Probabilité de détection P<sub>d</sub> : Maximiser la probabilité de choisir H<sub>1</sub> quand la cible est présente.



 Lorsque la densité de probabilité du bruit est connue a priori, la théorie du Maximum de Vraisemblance est utilisée afin de décider de l'hypothèse la plus vraisemblable.

 Cas de tests d'hypothèses binaires simples, le test du Rapport de Vraisemblance (RV) s'écrit :

$$\Lambda(\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}/H_1)}{p(\mathbf{y}/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geqslant}} \lambda,$$

et est alors le test optimal pour le critère de Neyman-Pearson.

 Cas de tests d'hypothèses binaires simples, le test du Rapport de Vraisemblance (RV) s'écrit :

$$\Lambda(\mathbf{y}) = \frac{\rho(\mathbf{y}/H_1)}{\rho(\mathbf{y}/H_0)} \mathop{\gtrless}_{H_0}^{H_1} \lambda\,,$$

et est alors le test optimal pour le critère de Neyman-Pearson.

•  $\lambda$  déterminé pour avoir une probabilité de fausse alarme  $P_{fa}=\alpha$  fixée et se calcule en résolvant l'équation suivante :

$$P_{fa} = \mathbb{P}(\Lambda(\mathbf{y}; H_0) > \lambda) = \alpha$$

 Cas de tests d'hypothèses binaires simples, le test du Rapport de Vraisemblance (RV) s'écrit :

$$\Lambda(\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}/H_1)}{p(\mathbf{y}/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geqslant}} \lambda,$$

et est alors le test optimal pour le critère de Neyman-Pearson.

•  $\lambda$  déterminé pour avoir une probabilité de fausse alarme  $P_{fa} = \alpha$  fixée et se calcule en résolvant l'équation suivante :

$$P_{fa} = \mathbb{P}(\Lambda(\mathbf{y}; H_0) > \lambda) = \alpha,$$

- Le **processus de détection** consiste donc en deux étapes :
- 1) Régulation de la fausse alarme.

 Cas de tests d'hypothèses binaires simples, le test du Rapport de Vraisemblance (RV) s'écrit :

$$\Lambda(\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}/H_1)}{p(\mathbf{y}/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geqslant}} \lambda,$$

et est alors le test optimal pour le critère de Neyman-Pearson.

•  $\lambda$  déterminé pour avoir une probabilité de fausse alarme  $P_{fa} = \alpha$  fixée et se calcule en résolvant l'équation suivante :

$$P_{fa} = \mathbb{P}(\Lambda(\mathbf{y}; H_0) > \lambda) = \alpha,$$

- Le processus de détection consiste donc en deux étapes :
- 1) Régulation de la fausse alarme.
- 2) Calcul de la probabilité de détection.

# Test du rapport de Vraisemblance Généralisé (GLRT) et méthodes de "Plug-In"

La mise en oeuvre du test de Neyman-Pearson suppose que la PDF des observations est connue sous les deux hypothèses. En pratique, dans le cadre de la détection radar, certains paramètres sont inconnus :

• L'amplitude complexe A du signal s : s = Ap ou p désigne le steering-vector.

# Test du rapport de Vraisemblance Généralisé (GLRT) et méthodes de "Plug-In"

La mise en oeuvre du test de Neyman-Pearson suppose que la PDF des observations est connue sous les deux hypothèses. En pratique, dans le cadre de la détection radar, certains paramètres sont inconnus :

- L'amplitude complexe A du signal s : s = Ap ou p désigne le steering-vector.
- Les paramètres statistiques caractérisant le fouillis.

## Méthodes de type "plug-in" :

 Estimation du vecteur des paramètres inconnus sous les deux hypothèses par des méthodes appropriées.

## Méthodes de type "plug-in" :

- Estimation du vecteur des paramètres inconnus sous les deux hypothèses par des méthodes appropriées.
- Mise en oeuvre d'un test du RV exploitant ces estimées.
   Soient alors θ

   <sub>0</sub> et θ

   <sub>1</sub> les estimées respectivement sous les hypothèses H

   <sub>0</sub> et H

   <sub>1</sub>. Le test du RV ainsi obtenu s'écrit :

$$\Lambda = \frac{p(\mathbf{y}, \mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_k, \widehat{\boldsymbol{\theta}}_1/H_1)}{p(\mathbf{y}, \mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_k, \widehat{\boldsymbol{\theta}}_0/H_0)} \overset{H_1}{\underset{H_0}{\gtrless}} \lambda.$$

## Méthodes de type "plug-in" :

- Estimation du vecteur des paramètres inconnus sous les deux hypothèses par des méthodes appropriées.
- Mise en oeuvre d'un test du RV exploitant ces estimées.
   Soient alors θ

   <sub>0</sub> et θ

   <sub>1</sub> les estimées respectivement sous les hypothèses H

   <sub>0</sub> et H

   <sub>1</sub>. Le test du RV ainsi obtenu s'écrit :

$$\Lambda = \frac{p(\mathbf{y}, \mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_k, \widehat{\boldsymbol{\theta}}_1/H_1)}{p(\mathbf{y}, \mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_k, \widehat{\boldsymbol{\theta}}_0/H_0)} \overset{H_1}{\underset{H_0}{\gtrless}} \lambda.$$

 Méthode d'estimation réputée : le Maximum de Vraisemblance.
 le test de détection particulier qui en résulte s'appelle le test du rapport de vraisemblance généralisé (GLRT).

## Les détecteurs et leur environnement...

|               | Gaussien | Non-gaussien |
|---------------|----------|--------------|
| Non-adaptatif | OGD      | NMF          |
| Adaptatif     | AMF      | GLRT-LQ      |

• c supposé Gaussien, centré, de matrice de covariance M

- c supposé Gaussien, centré, de matrice de covariance M
- Avec  $M = E[\mathbf{c} \mathbf{c}^H]$ .

- c supposé Gaussien, centré, de matrice de covariance M
- Avec  $M = E[\mathbf{c} \mathbf{c}^H]$ .
- Test du rapport de vraisemblance généralisée consiste à comparer la quantité test  $\Lambda$  suivante à un seuil  $\lambda$  :

$$\Lambda = \frac{|\mathbf{p}^H \, \mathbf{M}^{-1} \, \mathbf{y}|^2}{\mathbf{p}^H \, \mathbf{M}^{-1} \, \mathbf{p}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geqslant}} \lambda.$$

Ce test est connu sous le nom d'Optimum Gaussian Detector (OGD).

- c supposé Gaussien, centré, de matrice de covariance M
- Avec  $M = E[\mathbf{c} \mathbf{c}^H]$ .
- Test du rapport de vraisemblance généralisée consiste à comparer la quantité test  $\Lambda$  suivante à un seuil  $\lambda$  :

$$\Lambda = \frac{|\mathbf{p}^H \, \mathbf{M}^{-1} \, \mathbf{y}|^2}{\mathbf{p}^H \, \mathbf{M}^{-1} \, \mathbf{p}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geqslant}} \lambda.$$

Ce test est connu sous le nom d'Optimum Gaussian Detector (OGD).

• Valeur du seuil de détection  $\lambda$  en fonction de la PFA :

$$\lambda_{OGD} = -\ln(P_{fa}).$$

• Estimateur basé sur les données secondaires : Sample Covariance Matrix (SCM) :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H.$$

• Estimateur basé sur les données secondaires : *Sample Covariance Matrix* (SCM) :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H.$$

• "Plug-in" dans l'OGD et obtention de l'AMF :

$$\Lambda_{AMF} = \frac{\left|\mathbf{p}^H \widehat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{y} \right|^2}{\mathbf{p}^H \widehat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{p}} \mathop{\gtrless}_{H_0}^{H_1} \lambda_{AMF} \,.$$

• Estimateur basé sur les données secondaires : Sample Covariance Matrix (SCM) :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H.$$

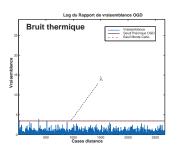
• "Plug-in" dans l'OGD et obtention de l'AMF :

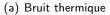
$$\Lambda_{AMF} = \frac{\left|\mathbf{p}^H \widehat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}\right|^2}{\mathbf{p}^H \widehat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{p}} \mathop{\gtrless}_{H_0}^{H_1} \lambda_{AMF} \,.$$

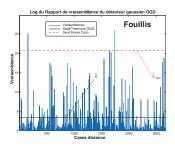
• Relation "Pfa-seuil" de l'AMF :

$$P_{fa} = {}_{2}F_{1}\left(K - m + 1, K - m + 2; K + 1; -\frac{\lambda_{AMF}}{K}\right).$$

# Détection en milieu non-gaussien







(b) Fouillis impulsionnel

Fig.: Mise en défaut de l'OGD dans du fouillis non gaussien, de même puissance que le bruit thermique - Ajustement du seuil de détection.

# Vecteurs aléatoires sphériquement invariants ou SIRV.

 Des campagnes de mesures ont montrées que les données pouvaient être correctement décrites par des modèles SIRP (Spherically Invariant Random Process).

# Vecteurs aléatoires sphériquement invariants ou SIRV.

- Des campagnes de mesures ont montrées que les données pouvaient être correctement décrites par des modèles SIRP (Spherically Invariant Random Process).
- On fera par ailleurs référence aux SIRV (Spherically Invariant Random Vectors) ou vecteurs aléatoires sphériquement invariants.

# Vecteurs aléatoires sphériquement invariants ou SIRV.

- Des campagnes de mesures ont montrées que les données pouvaient être correctement décrites par des modèles SIRP (Spherically Invariant Random Process).
- On fera par ailleurs référence aux SIRV (Spherically Invariant Random Vectors) ou vecteurs aléatoires sphériquement invariants.
- Expression du SIRV :

$$\mathbf{c} = \sqrt{\tau} \, \mathbf{x}$$
 .

# Vecteurs aléatoires sphériquement invariants ou SIRV.

- Des campagnes de mesures ont montrées que les données pouvaient être correctement décrites par des modèles SIRP (Spherically Invariant Random Process).
- On fera par ailleurs référence aux SIRV (Spherically Invariant Random Vectors) ou vecteurs aléatoires sphériquement invariants.
- Expression du SIRV :

$$\mathbf{c} = \sqrt{\tau} \, \mathbf{x} \,.$$

- avec
  - x, noyau Gaussien de matrice de covariance M,
  - $\tau$ , texture de densité  $p(\tau)$ .

Matrice de la forme :

$$\Gamma = \sigma^2 M$$

• Matrice de la forme :

$$\Gamma = \sigma^2 M$$

• Le GLRT qui en découle est connu sous le nom de "Normalized Matched Filter" (NMF) et revient à comparer la quantité  $\Lambda_{NMF}$  à un seuil  $\lambda_{NMF}$ :

$$\Lambda_{NMF} = \frac{|\mathbf{p}^H \, \mathbf{M}^{-1} \, \mathbf{y}|^2}{(\mathbf{p}^H \, \mathbf{M}^{-1} \, \mathbf{p})(\mathbf{y}^H \, \mathbf{M}^{-1} \, \mathbf{y})} \overset{H_1}{\underset{H_0}{\gtrless}} \lambda_{NMF}.$$

• Matrice de la forme :

$$\Gamma = \sigma^2 M$$

• Le GLRT qui en découle est connu sous le nom de "Normalized Matched Filter" (NMF) et revient à comparer la quantité  $\Lambda_{NMF}$  à un seuil  $\lambda_{NMF}$ :

$$\Lambda_{NMF} = \frac{|\mathbf{p}^H \, \mathbf{M}^{-1} \, \mathbf{y}|^2}{(\mathbf{p}^H \, \mathbf{M}^{-1} \, \mathbf{p})(\mathbf{y}^H \, \mathbf{M}^{-1} \, \mathbf{y})} \overset{H_1}{\underset{H_0}{\gtrless}} \lambda_{NMF}.$$

• Ajustement du seuil par la relation

$$\lambda_{NMF} = 1 - P_{fa}^{\frac{1}{m-1}}.$$

•  $\mathbf{c}_k$ : SIRV partageant la même matrice de covariance que  $\mathbf{c}$ :  $\mathbf{c}_k = \sqrt{\tau_k} \, \mathbf{g}_k$  et  $E[\mathbf{g}_k \, \mathbf{g}_k^H] = M$ .

- $\mathbf{c}_k$ : SIRV partageant la même matrice de covariance que  $\mathbf{c}$ :  $\mathbf{c}_k = \sqrt{\tau_k} \, \mathbf{g}_k$  et  $E[\mathbf{g}_k \, \mathbf{g}_k^H] = \mathbf{M}$ .
- $\tau_k$  : paramètres déterministes inconnus  $\Rightarrow$  estimée  $\mathbf{M}_{FP}$  de  $\mathbf{M}$  appelée l'estimateur du Point Fixe :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{FP} = \frac{m}{K} \sum_{k=1}^{K} \frac{\mathbf{y}_k \, \mathbf{y}_k^H}{\mathbf{y}_k^H \, \widehat{\mathbf{M}}_{FP}^{-1} \mathbf{y}_k}.$$

- $\mathbf{c}_k$ : SIRV partageant la même matrice de covariance que  $\mathbf{c}$ :  $\mathbf{c}_k = \sqrt{\tau_k} \, \mathbf{g}_k$  et  $E[\mathbf{g}_k \, \mathbf{g}_k^H] = \mathbf{M}$ .
- $\tau_k$  : paramètres déterministes inconnus  $\Rightarrow$  estimée  $\mathbf{M}_{FP}$  de  $\mathbf{M}$  appelée l'estimateur du Point Fixe :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{FP} = \frac{m}{K} \sum_{k=1}^{K} \frac{\mathbf{y}_k \, \mathbf{y}_k^H}{\mathbf{y}_k^H \, \widehat{\mathbf{M}}_{FP}^{-1} \mathbf{y}_k}.$$

• Utilisation dans le GLRT et obtention du GLRT-FP :

$$\Lambda_{GLRT-FP} = \frac{\left|\mathbf{p}^{H}\widehat{\mathbf{M}}_{FP}^{-1}\mathbf{y}\right|^{2}}{\left(\mathbf{p}^{H}\widehat{\mathbf{M}}_{FP}^{-1}\mathbf{p}\right)\left(\mathbf{y}^{H}\widehat{\mathbf{M}}_{FP}^{-1}\mathbf{y}\right)} \overset{H_{1}}{\underset{H_{0}}{\gtrless}} \lambda_{GLRT-FP},$$

• Importance de l'estimation de la matrice.

- Importance de l'estimation de la matrice.
- Idée majeure : utilisation d'une information a priori pour améliorer l'estimation.

- Importance de l'estimation de la matrice.
- Idée majeure : utilisation d'une information a priori pour améliorer l'estimation.
- Information utile : structure particulière de la matrice.

- Importance de l'estimation de la matrice.
- Idée majeure : utilisation d'une information a priori pour améliorer l'estimation.
- Information utile : structure particulière de la matrice.
- Approche basée sur l'utilisation des matrices SCM et FP, transformées pour développer de nouveaux détecteurs.

# La structure persymétrique de la matrice de covariance.

•  $\widehat{M}_{SCM}$  est une matrice non structurée.

- $M_{SCM}$  est une matrice non structurée.
- Dans le cas de systèmes à capteurs centro-symétriques, M présente une structure particulière de type hermitienne (A<sup>H</sup> = A) persymétrique (symétrique par rapport à l'antidiagonale) : M = J<sub>m</sub>M\*J<sub>m</sub> avec J<sub>m</sub>, matrice antidiagonale identité.

- $\widehat{M}_{SCM}$  est une matrice non structurée.
- Dans le cas de systèmes à capteurs centro-symétriques, M présente une structure particulière de type hermitienne (A<sup>H</sup> = A) persymétrique (symétrique par rapport à l'antidiagonale) : M = J<sub>m</sub>M\*J<sub>m</sub> avec J<sub>m</sub>, matrice antidiagonale identité.
- Le steering-vector **p** satisfait également à  $\mathbf{p} = \mathbf{J}_m \mathbf{p}^*$

- $\widehat{M}_{SCM}$  est une matrice non structurée.
- Dans le cas de systèmes à capteurs centro-symétriques, M présente une structure particulière de type hermitienne (A<sup>H</sup> = A) persymétrique (symétrique par rapport à l'antidiagonale) : M = J<sub>m</sub>M\*J<sub>m</sub> avec J<sub>m</sub>, matrice antidiagonale identité.
- Le steering-vector  $\mathbf{p}$  satisfait également à  $\mathbf{p} = \mathbf{J}_m \mathbf{p}^*$
- Idée : exploitation de cette structure afin d'améliorer les performances de détection.

- $\widehat{M}_{SCM}$  est une matrice non structurée.
- Dans le cas de systèmes à capteurs centro-symétriques, M présente une structure particulière de type hermitienne (A<sup>H</sup> = A) persymétrique (symétrique par rapport à l'antidiagonale) : M = J<sub>m</sub>M\*J<sub>m</sub> avec J<sub>m</sub>, matrice antidiagonale identité.
- Le steering-vector  $\mathbf{p}$  satisfait également à  $\mathbf{p} = \mathbf{J}_m \mathbf{p}^*$
- Idée : exploitation de cette structure afin d'améliorer les performances de détection.
- Cas du traitement d'antenne pour fouillis stationnaire et du STAP.

### Exploitation de la structure de la matrice de covariance

 But : rendre réels tous les éléments de la matrice afin d'améliorer l'estimation. Matrice de transformation :

$$\mathbf{T} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{ccc} \mathbf{I}_{m/2} & \mathbf{J}_{m/2} \\ i \mathbf{I}_{m/2} & -i \mathbf{J}_{m/2} \end{array} \right) & \text{pour } m \text{ pair} \\ \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{ccc} \mathbf{I}_{(m-1)/2} & 0 & \mathbf{J}_{(m-1)/2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ i \mathbf{I}_{(m-1)/2} & 0 & -i \mathbf{J}_{(m-1)/2} \end{array} \right) & \text{pour } m \text{ impair.} \end{array} \right.$$

#### Exploitation de la structure de la matrice de covariance

 But : rendre réels tous les éléments de la matrice afin d'améliorer l'estimation. Matrice de transformation :

$$\mathbf{T} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{ccc} \mathbf{I}_{m/2} & \mathbf{J}_{m/2} \\ i \mathbf{I}_{m/2} & -i \mathbf{J}_{m/2} \end{array} \right) & \text{pour } m \text{ pair} \\ \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{ccc} \mathbf{I}_{(m-1)/2} & 0 & \mathbf{J}_{(m-1)/2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ i \mathbf{I}_{(m-1)/2} & 0 & -i \mathbf{J}_{(m-1)/2} \end{array} \right) & \text{pour } m \text{ impair.} \end{array} \right.$$

• on considère donc le problème transformé équivalent suivant :

$$x = T y$$
,  $x_k = T y_k$ ,  $s = T p$ ,  $n = T b$  et  $R = E(n n^H) = T M T^H$ .

$$\begin{cases} H_0 : \mathbf{x} = \mathbf{n} \\ H_1 : \mathbf{x} = \mathbf{s} + \mathbf{n} \end{cases}$$

#### Nouvelle matrice de covariance.

#### Résultat

Estimée par MV de la matrice de covariance (sous la contrainte de persymétrie) :

$$\widehat{R}_{\textit{PSCM}} = \mathcal{R}\textit{e}(\widehat{R}_{\textit{SCM}})$$

avec:

$$\widehat{\mathbf{R}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H = \mathbf{T} \widehat{\mathbf{M}}_{SCM} \mathbf{T}^H$$

#### Nouvelle matrice de covariance.

#### Résultat

Estimée par MV de la matrice de covariance (sous la contrainte de persymétrie) :

$$\widehat{R}_{\textit{PSCM}} = \mathcal{R}\textit{e}(\widehat{R}_{\textit{SCM}})$$

avec:

$$\widehat{\mathsf{R}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \mathsf{x}_k \mathsf{x}_k^H = \mathsf{T} \widehat{\mathsf{M}}_{SCM} \mathsf{T}^H$$

- $K \widehat{R}_{SCM}$  est Wishart complexe à K degrés de liberté tandis que  $K \widehat{R}_{PSCM}$  est Wishart *réelle* à 2K degrés de liberté.
  - $\Rightarrow$  Gain de K degrés de liberté en doublant virtuellement le nombre de données secondaires.

#### Nouveau détecteur : PAMF

 Le remplacement de M
<sub>SCM</sub> dans l'AMF permet de définir un nouveau détecteur appelé Persymmetric Adaptive Matched Filter (PAMF) :

$$\Lambda_{PAMF} = \frac{|\mathbf{s}^T \widehat{\mathbf{R}}_{PSCM}^{-1} \mathbf{x}|^2}{\mathbf{s}^T \widehat{\mathbf{R}}_{PSCM}^{-1} \mathbf{s}} \overset{H_1}{\underset{H_0}{\gtrless}} \lambda_{PAMF}$$

On note également que  $\widehat{R}_{PSCM}$  est réelle alors que x est complexe.

#### Nouveau détecteur : PAMF

 Le remplacement de M
<sub>SCM</sub> dans l'AMF permet de définir un nouveau détecteur appelé Persymmetric Adaptive Matched Filter (PAMF) :

$$\Lambda_{PAMF} = \frac{|\mathbf{s}^T \widehat{\mathbf{R}}_{PSCM}^{-1} \mathbf{x}|^2}{\mathbf{s}^T \widehat{\mathbf{R}}_{PSCM}^{-1} \mathbf{s}} \overset{H_1}{\underset{H_0}{\gtrless}} \lambda_{PAMF}$$

On note également que  $\widehat{R}_{PSCM}$  est réelle alors que x est complexe.

 On utilise une info a priori : la persymétrie de la covariance théorique ⇒ amélioration des performances....

#### Nouveau détecteur : PAMF

 Le remplacement de M
<sub>SCM</sub> dans l'AMF permet de définir un nouveau détecteur appelé Persymmetric Adaptive Matched Filter (PAMF) :

$$\Lambda_{PAMF} = \frac{|\mathbf{s}^T \widehat{\mathbf{R}}_{PSCM}^{-1} \mathbf{x}|^2}{\mathbf{s}^T \widehat{\mathbf{R}}_{PSCM}^{-1} \mathbf{s}} \overset{H_1}{\underset{H_0}{\gtrless}} \lambda_{PAMF}$$

On note également que  $\widehat{R}_{PSCM}$  est réelle alors que x est complexe.

- On utilise une info a priori : la persymétrie de la covariance théorique ⇒ amélioration des performances....
- Maximum de 3dB de perte en détection obtenu pour K=m et non plus pour K=2m (loi de Reed, Mallett et Brennan).

### Loi statistique du détecteur

Afin de déterminer la relation "PFA-seuil" du détecteur, il est nécessaire au préalable d'en calculer sa distribution statistique.

#### Apport de la thèse

Le PAMF ainsi défini est distribué selon :

$$p(z) = \frac{(2K - m + 1)(2K - m + 2)}{2(2K + 1)} \times {}_{2}F_{1}\left(\frac{2K - m + 3}{2}, \frac{2K - m + 4}{2}; \frac{2K + 3}{2}; -z\right)$$

avec F fonction hypergéométrique :

$$_{2}F_{1}(a,b;c;\lambda) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int_{0}^{1} t^{b-1} (1-t)^{c-b-1} (1-t\lambda)^{-a} dt$$

#### Relation "PFA-seuil"

#### Apport de la thèse

La probabilité de fausse alarme en fonction du seuil de détection est

définie comme suit : 
$$PFA = \int_{\lambda/K}^{+\infty} p(z) dz$$
.

On en déduit donc la relation "PFA-seuil" du PAMF :

$$PFA =_2 F_1\left(\frac{2K - m + 1}{2}, \frac{2K - m + 2}{2}, \frac{2K + 1}{2}; -\frac{\lambda}{K}\right)$$

# Schema de détection en "non-gaussien persymétrique"

 Idée : réutiliser la même tansformation par T sur la matrice du point fixe M<sub>FP</sub>.

# Schema de détection en "non-gaussien persymétrique"

- Idée : réutiliser la même tansformation par T sur la matrice du point fixe M<sub>FP</sub>.
- Plug-in de la nouvelle matrice optimisée dans le GLRT-FP : obtention d'un nouveau détecteur non-gaussien amélioré.

# Schema de détection en "non-gaussien persymétrique"

- Idée : réutiliser la même tansformation par T sur la matrice du point fixe  $M_{FP}$ .
- Plug-in de la nouvelle matrice optimisée dans le GLRT-FP : obtention d'un nouveau détecteur non-gaussien amélioré.
- Détermination de ses caractéristiques statistiques.

#### Apport de la thèse

• Exploitation de la structure persymétrique de la matrice de covariance originale du speckle :

$$\widehat{\mathsf{R}}_{PFP} = \mathcal{R}e(\widehat{\mathsf{R}}_{FP})$$
 avec  $\widehat{\mathsf{R}}_{FP} = \mathsf{T}\,\widehat{\mathsf{M}}_{FP}\,\mathsf{T}^H$ .

#### Apport de la thèse

• Exploitation de la structure persymétrique de la matrice de covariance originale du speckle :

$$\widehat{\mathbf{R}}_{PFP} = \mathcal{R}e(\widehat{\mathbf{R}}_{FP}) \text{ avec } \widehat{\mathbf{R}}_{FP} = \mathbf{T} \, \widehat{\mathbf{M}}_{FP} \, \mathbf{T}^H.$$

• Plug-in de  $\hat{R}_{PFP}$  et obtention d'un nouveau détecteur, le GLRT-PFP :

$$\Lambda_{PFP} = \frac{|\mathbf{s}^H \widehat{\mathbf{R}}_{PFP}^{-1} \mathbf{x}|^2}{|(\mathbf{s}^H \widehat{\mathbf{R}}_{PFP}^{-1} \mathbf{s})(\mathbf{x}^H \widehat{\mathbf{R}}_{PFP}^{-1} \mathbf{x})|} \overset{H_1}{\underset{H_0}{\gtrless}} \lambda_{PFP}$$

## Analyse statistique.

#### Apport de la thèse

L'étude statistique du GLRT-PFP permet de calculer sa

distribution : 
$$\Lambda_{PFP} = \frac{\hat{F}}{\hat{F} + 1}$$

$$\text{avec } \hat{F} = \frac{\left(xt_{22} - \rho t_{21}\right)^2 + \left(1 + \left(\frac{\mu}{t_{33}}\right)^2\right) \left(at_{22} - bt_{21}\right)^2}{\left(\rho t_{11}\right)^2 + \left(t_{11}t_{22}\frac{\mu}{t_{33}}\right)^2 + t_{11}^2\left(1 + \left(\frac{\mu}{t_{33}}\right)^2\right)b^2} \text{ qui utilise}$$

9 variables aléatoires indépendantes :

$$a, b, x, t_{21} \sim \mathcal{N}(0, 1), \rho^2 \sim \chi^2_{m-1}$$
  
 $\mu^2 \sim \chi^2_{m-2}, t_{11}^2 \sim \chi^2_{2K-m+1}$   
 $t_{22}^2 \sim \chi^2_{2K-m+2}, t_{33}^2 \sim \chi^2_{2K-m+3}$ 

## Récapitulatif des détecteurs...

|               | Gaussien    | Non-gaussien |
|---------------|-------------|--------------|
| Non-adaptatif | OGD         | NMF          |
| Adaptatif     | AMF => PAMF | GLRT-FP =>   |
|               |             | GLRT-PFP     |

#### ...et des estimateurs...

|               | Gaussien    | Non-gaussien |
|---------------|-------------|--------------|
| Non-adaptatif | M           | M            |
| Adaptatif     | SCM => PSCM | FP => PFP    |

traitements spatio-temporels traitements spatio-temporels adaptatifs Algorithmes à rang réduit

# Les traitements spatio-temporels.

traitements spatio-temporels traitements spatio-temporels adaptatifs Algorithmes à rang réduit

# Principe du STAP.

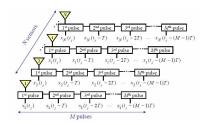
STAP : Traitement spatio-temporel adaptatif :

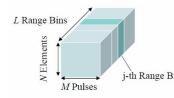
 Les signaux radars sont fournis par un réseau de capteurs et recombinés par un produit de Kronecker des données spatiales et temporelles.

## Principe du STAP.

STAP : Traitement spatio-temporel adaptatif :

- Les signaux radars sont fournis par un réseau de capteurs et recombinés par un produit de Kronecker des données spatiales et temporelles.
- Cette technique permet de rejeter fortement le fouillis dans lequel sont noyées les cibles.





### Principe du STAP.

• Cas classique du STAP, le radar est dit en configuration à visée latérale ("sidelooking radar" en anglais)

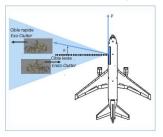


Fig.: Radar en configuration à visée latérale.

### Principe du STAP.

 Cas classique du STAP, le radar est dit en configuration à visée latérale ("sidelooking radar" en anglais)

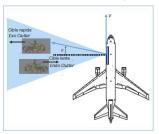


Fig.: Radar en configuration à visée latérale.

 Détection de cibles lentes en compétition avec les échos de fouillis.

traitements spatio-temporels traitements spatio-temporels adaptatifs Algorithmes à rang réduit

#### Modélisation.

• Signal  $\mathbf{s} = A\mathbf{p} \in \mathbb{C}^{MN}$  corrompu par un bruit additif  $\mathbf{c}$ .

- Signal  $\mathbf{s} = A\mathbf{p} \in \mathbb{C}^{MN}$  corrompu par un bruit additif  $\mathbf{c}$ .
- Le signal reçu y est un vecteur complexe de taille MN formé par les données spatio-temporelles reçues.

- Signal  $\mathbf{s} = A\mathbf{p} \in \mathbb{C}^{MN}$  corrompu par un bruit additif  $\mathbf{c}$ .
- Le signal reçu y est un vecteur complexe de taille MN formé par les données spatio-temporelles reçues.
- En STAP, steering-vector  $\mathbf{p}$  est formé par le produit de Kronecker (noté  $\otimes$ ) d'un steering-vector temporel  $\mathbf{b}(f_d)$  de taille M, et d'un steering-vector spatial  $\mathbf{a}(\theta)$  de taille N:

$$\mathsf{p}(f_d,\theta)=\mathsf{b}(f_d)\otimes\mathsf{a}(\theta).$$

- Signal  $\mathbf{s} = A\mathbf{p} \in \mathbb{C}^{MN}$  corrompu par un bruit additif  $\mathbf{c}$ .
- Le signal reçu y est un vecteur complexe de taille MN formé par les données spatio-temporelles reçues.
- En STAP, steering-vector  $\mathbf{p}$  est formé par le produit de Kronecker (noté  $\otimes$ ) d'un steering-vector temporel  $\mathbf{b}(f_d)$  de taille M, et d'un steering-vector spatial  $\mathbf{a}(\theta)$  de taille N:

$$\mathsf{p}(f_d,\theta)=\mathsf{b}(f_d)\otimes\mathsf{a}(\theta).$$

• avec  $\mathbf{b}(f_d)$  de la forme  $\mathbf{b}(f_d) = [1 \dots e^{j2\pi f_d mTr} \dots e^{j2\pi f_d (M-1)Tr}]^{\top}$ 

- Signal  $\mathbf{s} = A\mathbf{p} \in \mathbb{C}^{MN}$  corrompu par un bruit additif  $\mathbf{c}$ .
- Le signal reçu y est un vecteur complexe de taille MN formé par les données spatio-temporelles reçues.
- En STAP, steering-vector  $\mathbf{p}$  est formé par le produit de Kronecker (noté  $\otimes$ ) d'un steering-vector temporel  $\mathbf{b}(f_d)$  de taille M, et d'un steering-vector spatial  $\mathbf{a}(\theta)$  de taille N:

$$\mathsf{p}(f_d,\theta)=\mathsf{b}(f_d)\otimes\mathsf{a}(\theta).$$

- avec  $\mathbf{b}(f_d)$  de la forme  $\mathbf{b}(f_d) = [1 \dots e^{j2\pi f_d mTr} \dots e^{j2\pi f_d (M-1)Tr}]^{\top}$
- et  $\mathbf{a}(\theta)$  de la forme  $\mathbf{a}(\theta) = [1 \dots e^{j2\pi\theta m d} \dots e^{j2\pi\theta(M-1 d)}]^{\top}$ .

#### Géométrie de la matrice de covariance du fouillis

 Matrice de covariance M présente une structuration particulière de type matrice de Toeplitz par bloc, appelé Block-Toeplitz.

#### Géométrie de la matrice de covariance du fouillis

- Matrice de covariance M présente une structuration particulière de type matrice de Toeplitz par bloc, appelé Block-Toeplitz.
- Matrice de Toeplitz : définie comme une matrice à diagonales constantes.

#### Géométrie de la matrice de covariance du fouillis

- Matrice de covariance M présente une structuration particulière de type matrice de Toeplitz par bloc, appelé Block-Toeplitz.
- Matrice de Toeplitz : définie comme une matrice à diagonales constantes.
- Persymétrie : cas particulier de Toeplitz donc possibilité de prise en compte du modèle.

• Permet de caractériser la "sévérité" du fouillis, c'est à dire son influence sur le procédé de traitement

- Permet de caractériser la "sévérité" du fouillis, c'est à dire son influence sur le procédé de traitement
- Rang du clutter donné par la règle de Brennan :

$$r = N + \beta(M-1)$$

avec 
$$\beta = 2 \frac{Va Tr}{\lambda}$$
.

- Permet de caractériser la "sévérité" du fouillis, c'est à dire son influence sur le procédé de traitement
- Rang du clutter donné par la règle de Brennan :

$$r = N + \beta(M-1)$$

avec 
$$\beta = 2 \frac{Va Tr}{\lambda}$$
.

Objectif d'une détection avec 3dB de perte, nécessité d'utiliser
 K ≥ 2NM données secondaires.

- Permet de caractériser la "sévérité" du fouillis, c'est à dire son influence sur le procédé de traitement
- Rang du clutter donné par la règle de Brennan :

$$r = N + \beta(M-1)$$

avec 
$$\beta = 2 \frac{Va Tr}{\lambda}$$
.

- Objectif d'une détection avec 3dB de perte, nécessité d'utiliser
   K > 2NM données secondaires.
- La persymétrie pourrait alors permettre de s'affranchir de la fameuse règle de Reed, Mallett et Brennan qui impose K > 2NM pour obtenir un maximum de 3 dB de perte

### Traitement spatio-temporel optimal

• Signal exprimé classiquement par  $\mathbf{x} = A\mathbf{p} + \mathbf{c}$ , avec A l'amplitude complexe du signal.

### Traitement spatio-temporel optimal

- Signal exprimé classiquement par  $\mathbf{x} = A\mathbf{p} + \mathbf{c}$ , avec A l'amplitude complexe du signal.
- Soit un filtre w. La sortie de ce filtre est exprimée par :

$$\mathbf{y} = A\mathbf{w}^H\mathbf{p} + \mathbf{w}^H\mathbf{c}$$

### Traitement spatio-temporel optimal

- Signal exprimé classiquement par  $\mathbf{x} = A\mathbf{p} + \mathbf{c}$ , avec A l'amplitude complexe du signal.
- Soit un filtre w. La sortie de ce filtre est exprimée par :

$$y = A w^H p + w^H c$$

 Le SNR (w) est donc le rapport de la puissance du signal sur la puissance du bruit :

$$SNR(\mathbf{w}) = \frac{|A|^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{p}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{w}}.$$

• Le filtre optimal est le filtre qui permet d'obtenir le  $SNR_{max}$ . Il est défini par :

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{\Gamma}^{-1} \, \mathbf{p}.$$

• Le filtre optimal est le filtre qui permet d'obtenir le  $SNR_{max}$ . Il est défini par :

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{\Gamma}^{-1} \, \mathbf{p}.$$

• On obtient donc une expression du SNR maximum :

$$SNR_{max} = |A|^2 \mathbf{p}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{p}$$

• Le filtre optimal est le filtre qui permet d'obtenir le  $SNR_{max}$ . Il est défini par :

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{\Gamma}^{-1} \, \mathbf{p}.$$

• On obtient donc une expression du SNR maximum :

$$SNR_{max} = |A|^2 \mathbf{p}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{p}$$

 Facteur de pertes en SNR : ρ. Défini comme le rapport du SNR du filtre considéré avec le SNR max; il permet d'observer les pertes du filtrage utilisé par rapport au filtrage optimum :

$$\rho = \frac{\mathit{SNR}_w}{\mathit{SNR}_{\mathit{max}}} = \frac{|\mathbf{w}^H \, \mathbf{p}|^2}{(\mathbf{w}^H \, \mathbf{\Gamma} \, \mathbf{w})(\mathbf{p}^H \, \mathbf{\Gamma}^{-1} \, \mathbf{p})}.$$

## Le STAP adaptatif.

 Cas gaussien, cette matrice est donc estimée à partir de K données secondaires y<sub>k</sub> par l'équation suivante :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \mathbf{y}_k \, \mathbf{y}_k^H,$$

## Le STAP adaptatif.

 Cas gaussien, cette matrice est donc estimée à partir de K données secondaires y<sub>k</sub> par l'équation suivante :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \mathbf{y}_k \, \mathbf{y}_k^H,$$

 Algorithme basé sur cet estimateur appelé le "Sample Matrix Inversion" (SMI) dont l'équation du filtre est donnée par :

$$\mathbf{w}_{smi} = \varepsilon \widehat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \, \mathbf{p}(f, \theta),$$

où  $\varepsilon$  est une constante.

### Le STAP adaptatif.

 Cas gaussien, cette matrice est donc estimée à partir de K données secondaires y<sub>k</sub> par l'équation suivante :

$$\widehat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \mathbf{y}_k \, \mathbf{y}_k^H,$$

 Algorithme basé sur cet estimateur appelé le "Sample Matrix Inversion" (SMI) dont l'équation du filtre est donnée par :

$$\mathbf{w}_{smi} = \varepsilon \widehat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \, \mathbf{p}(f, \theta),$$

où  $\varepsilon$  est une constante.

 Résultat classique qui impose d'utiliser K > 2NM lors de la détection afin de ne pas dépasser 3 dB de perte.

# Algorithmes à Rang Réduit.

• Adaptation sur un espace de dimension réduite obtenu après une transformation adaptative sur les données.

# Algorithmes à Rang Réduit.

- Adaptation sur un espace de dimension réduite obtenu après une transformation adaptative sur les données.
- Permet ainsi de n'utiliser que K > 2r données secondaires avec r < NM.

# Algorithmes à Rang Réduit.

- Adaptation sur un espace de dimension réduite obtenu après une transformation adaptative sur les données.
- Permet ainsi de n'utiliser que K > 2r données secondaires avec r < NM.</li>
- La plus petite valeur propre de M est multiple et égale à  $\sigma^2$ , et de valeur très inférieure aux premières valeurs propres associées au signal.

#### Principe du RR

$$\lambda_1 \ge ... \ge \lambda_r >> \lambda_{r+1} \simeq ... \simeq \lambda_m \simeq \sigma^2$$

#### Principe du RR

•

$$\lambda_1 \geq ... \geq \lambda_r >> \lambda_{r+1} \simeq ... \simeq \lambda_m \simeq \sigma^2$$

• Utilisation de projecteurs de la matrice du fouillis :

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i \, \mathbf{u}_i \, \mathbf{u}_i^H + \sum_{i=r+1}^{m} \sigma^2 \, \mathbf{u}_i \, \mathbf{u}_i^H,$$

avec 
$$\lambda_i >> \sigma^2$$
.

#### Principe du RR

•

$$\lambda_1 \geq ... \geq \lambda_r >> \lambda_{r+1} \simeq ... \simeq \lambda_m \simeq \sigma^2$$

• Utilisation de projecteurs de la matrice du fouillis :

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i \, \mathbf{u}_i \, \mathbf{u}_i^H + \sum_{i=r+1}^{m} \sigma^2 \, \mathbf{u}_i \, \mathbf{u}_i^H,$$

avec  $\lambda_i >> \sigma^2$ .

• Lors de l'inversion matricielle, on obtient donc :

$$\mathsf{M}^{-1} = \sum_{i=1}^{r} \frac{1}{\lambda_{i}} \, \mathsf{u}_{i} \, \mathsf{u}_{i}^{H} + \sum_{i=r+1}^{m} \frac{1}{\sigma^{2}} \, \mathsf{u}_{i} \, \mathsf{u}_{i}^{H}.$$

avec 
$$\frac{1}{\lambda_i} << \frac{1}{\sigma^2}$$
.

• Cette équation nous permet de négliger les valeurs propres fortes et donc d'approximer la matrice de covariance à :

$$\mathsf{M}^{-1} \approx \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=r+1}^m \mathsf{u}_i \, \mathsf{u}_i^H,$$

avec  $\mathbf{\Pi}^{\perp} = \sum_{i=r+1}^{m} \mathbf{u}_{i} \, \mathbf{u}_{i}^{H}$  le projecteur orthogonal de  $\mathbf{M}$  sur le sous-espace clutter.

• Cette équation nous permet de négliger les valeurs propres fortes et donc d'approximer la matrice de covariance à :

$$\mathbf{M}^{-1} \approx \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=r+1}^m \mathbf{u}_i \, \mathbf{u}_i^H,$$

avec  $\Pi^{\perp} = \sum_{i=r+1}^{m} \mathbf{u}_i \, \mathbf{u}_i^H$  le projecteur orthogonal de  $\mathbf{M}$  sur le sous-espace clutter.

• Ce projecteur est donc de rang plus faible que la matrice originale et le filtre qui lui est associé est défini par :

$$\mathbf{w}_{RR} = \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{\Pi}^{\perp} \mathbf{p}.$$

• Cette équation nous permet de négliger les valeurs propres fortes et donc d'approximer la matrice de covariance à :

$$\mathsf{M}^{-1} \approx \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=r+1}^m \mathsf{u}_i \, \mathsf{u}_i^H,$$

avec  $\Pi^{\perp} = \sum_{i=r+1}^{m} \mathbf{u}_i \, \mathbf{u}_i^H$  le projecteur orthogonal de  $\mathbf{M}$  sur le sous-espace clutter.

• Ce projecteur est donc de rang plus faible que la matrice originale et le filtre qui lui est associé est défini par :

$$\mathbf{w}_{RR} = \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{\Pi}^{\perp} \mathbf{p}.$$

 Il est possible de déterminer le SNR loss de l'application et d'en calculer sa loi, déterminant les performances de détection associées.

### RR classique : calcul de la loi du facteur de pertes.

#### Apport de la thèse

Dans le cas du rang réduit avec  $\widehat{\mathbf{M}}_{SCM}$  complexe Wishart, le  $SNR_{loss}$   $\rho$  est distribué comme suit :

$$\rho \sim 1 - \frac{1}{2K} \chi_{2r}^2.$$

Remarque : Dans ce cas,  $\rho_{moyen} = E[\rho] = 1 - \frac{r}{K}$ . Un  $\rho_{moyen} = \frac{1}{2}$  (soit 3 dB de pertes en SNR) est obtenu pour K = 2r.

## Etude du rang réduit persymétrique.

#### Apport de la thèse

 $\widehat{\mathbf{M}}$  remplacée par  $\widehat{\mathbf{R}}_{PSCM}$ , distribuée selon une loi de Wishart réelle à 2K degrés de liberté.

Dans ce cas K'=2K et le  $SNR_{loss}$   $\rho$  est distribué comme suit :

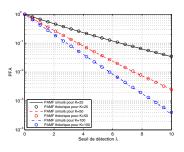
$$\rho \sim 1 - \frac{1}{K'} \chi_r^2.$$

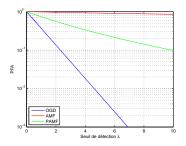
$$\rho_{moyen} = E[\rho] = 1 - \frac{r}{K'}$$
. Un  $\rho_{moy} = \frac{1}{2}$  est obtenu pour  $K = r$ .

# Application à la détection radar.

### Courbes Opérationnelles du PAMF : simulation.

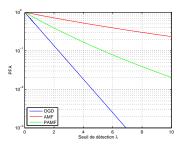
#### Résultats simulés pour les 3 détecteurs gaussiens :

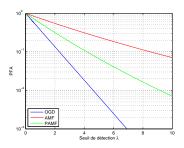




(a) Adéquation des résultats pour K (b) Comparaison des relations pour avec m=10. m=10 et K=10.

### Courbes Opérationnelles du PAMF : simulation.

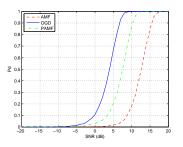


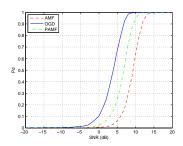


(c) Comparaison des relations PFA- (d) Comparaison des relations PFA-seuil pour les trois détecteurs. m= seuil pour les trois détecteurs. m= 10, K= 20.

### Performances de détection.

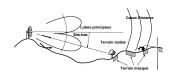
En terme de performance de détection, des résultats similaires se retrouvent.

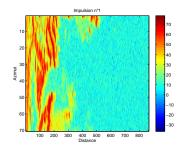


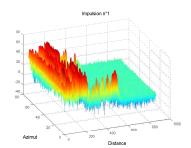


- (e) Comparaison des relations Pd- (f) Comparaison des relations PD-10. K = 15 et  $Pfa = 10^{-3}$ .
- SNR pour les trois détecteurs. m = SNR pour les trois détecteurs. m =10. K = 20 et  $Pfa = 10^{-3}$ .

Données: radar sol du groupe THALES.

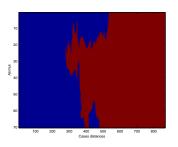


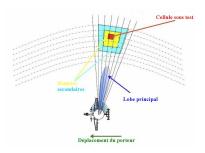




ONERA

#### Sélection des zones gaussiennes :





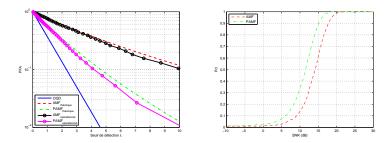
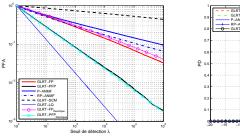


Fig.: Utilisation d'un masque  $3 \times 5$ . m = 8, K = 14 et  $P_{fa} = 10^{-2}$ .

### Mise en compétition du GLRT-PFP



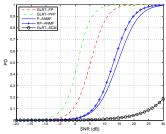


Fig.: Comparaison des différentes performances pour les détecteurs GLRT-FP, GLRT-PFP, GLRT-LQ, GLRT-SCM, P-ANMF, RP-ANMF, GLRT-FP théorique et GLRT-PFP théorique. Cas d'un fouillis simulé par K-distribution de paramètre  $\nu=0.2$ . m=8, K=10 et  $P_{\rm fa}=10^{-3}$ .

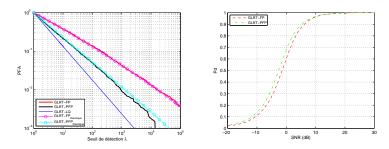
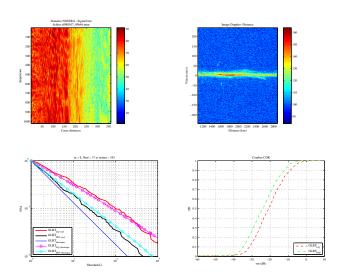
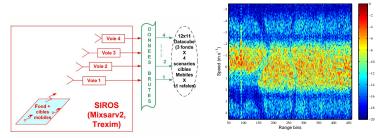


Fig.: Comparaison des différentes performances pour les détecteurs GLRT-LQ, GLRT-FP et GLRT-PFP. Cas d'un fouillis de sol réel avec utilisation d'un masque  $3 \times 5$ . m=8, K=15 et  $P_{fa}=10^{-2}$ . Données opérationnelles THALES.

#### Données réelles de fouillis de mer; radar Nostradamus

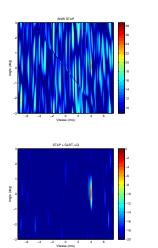


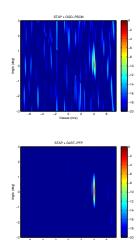
### Application à des données STAP :



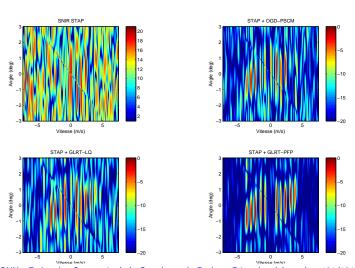
- (a) Schéma de fonctionnement du simulateur STAP du CELAR
- (b) Données acquises sur une voie

#### Détection d'une cible à 4m/s :





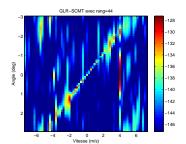
10 Cibles présentes à l'azimuth 0 avec des vitesses comprises entre -4 et 4m/s.



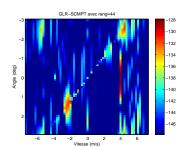
G.PAILLOUX - Estimation Structurée de la Covariance du Bruit en Détection Adaptative- 121/134

### Méthode du rang réduit :

• Données STAP, r = 44. Utilisation de 100 données secondaires avec détecteur AMF et PAMF.

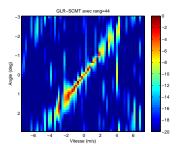


Détection sans persymmetrie

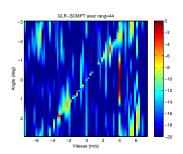


Application de la persymmetrie

 Données STAP, r = 44. Utilisation de 50 données secondaires avec détecteur AMF et PAMF.



Détection sans persymmetrie



Application de la persymmetrie

Conclusion Perspectives

# Conclusion et perspectives

 Exploitation de la structure persymétrique de la matrice de covariance du fouillis.

- Exploitation de la structure persymétrique de la matrice de covariance du fouillis.
- Etude en environnement gaussien et non-gaussien.

- Exploitation de la structure persymétrique de la matrice de covariance du fouillis.
- Etude en environnement gaussien et non-gaussien.
- Developpement et caractérisation de deux nouveaux détecteurs basés sur cette exploitation.

- Exploitation de la structure persymétrique de la matrice de covariance du fouillis.
- Etude en environnement gaussien et non-gaussien.
- Developpement et caractérisation de deux nouveaux détecteurs basés sur cette exploitation.
- Validation des résultats sur des simulations et des données réelles : amélioration des performances.

- Exploitation de la structure persymétrique de la matrice de covariance du fouillis.
- Etude en environnement gaussien et non-gaussien.
- Developpement et caractérisation de deux nouveaux détecteurs basés sur cette exploitation.
- Validation des résultats sur des simulations et des données réelles : amélioration des performances.
- Résultats prometteurs sur des simulations de matrices Toeplitz.

• Etude de la validité de la technique sur du STAP de pointe avant (Fouillis non stationnaire et inhomogène).

- Etude de la validité de la technique sur du STAP de pointe avant (Fouillis non stationnaire et inhomogène).
- Validité en traitement pre/post-doppler.

- Etude de la validité de la technique sur du STAP de pointe avant (Fouillis non stationnaire et inhomogène).
- Validité en traitement pre/post-doppler.
- Validité sur des matrices de Toeplitz-bloc-Toeplitz.

- Etude de la validité de la technique sur du STAP de pointe avant (Fouillis non stationnaire et inhomogène).
- Validité en traitement pre/post-doppler.
- Validité sur des matrices de Toeplitz-bloc-Toeplitz.
- Problème de l'inversion matricielle.

Conclusion Perspectives

## Merci de votre attention.